

PROBLEMES D'ÒPTICA

Ignasi Juvells Prades
Estela Martín Badosa

Departament de Física Aplicada i Òptica



UNIVERSITAT DE BARCELONA



| TEXTOS DOCENTS |

169

PROBLEMES D'ÒPTICA

Ignasi Juvells Prades
Estela Martín Badosa

Departament de Física Aplicada i Òptica

Publicacions i Edicions



UNIVERSITAT DE BARCELONA



ÍNDEX

INTRODUCCIÓ	iii
ÒPTICA GEOMÈTRICA I INSTRUMENTS	1
Òptica geomètrica	1
Càmeres fotogràfiques	15
Projectors	30
Telescopis	33
Microscopis	44
ÒPTICA FÍSICA	61
Propagació d'ones	61
Reflexió i refracció	64
Interferències	82
Difracció	99
APÈNDIX: NOTACIÓ	119

INTRODUCCIÓ

Aquest text-guia és un complement de l'assignatura *Òptica*, matèria troncal de 9 crèdits que s'imparteix en el quart semestre del Primer Cicle de la Llicenciatura de Física. L'objectiu d'aquesta assignatura és dotar a l'alumnat dels coneixements generals d'Òptica en el marc de la física i la tecnologia actuals. Els coneixements previs per a l'aprofitament de l'assignatura es corresponen aproximadament als continguts de matemàtiques i de física, especialment d'electromagnetisme, que s'adquireixen als semestres anteriors de la carrera. Les normes d'avaluació es poden trobar a la guia de l'ensenyament que edita anualment la Facultat: de forma resumida, es tracta d'un examen escrit amb dues parts, teoria i problemes, amb més ponderació per a la segona.

L'Òptica és una matèria fonamentalment aplicada, que si bé té una estructura teòrica molt ben definida que li permet explicar tots els fenòmens de la naturalesa relacionats amb l'energia radiant o la llum, basa la seva força actual en els aspectes tecnològics, que li permeten ser la base de molts instruments fonamentals en infinitat d'aplicacions del món científic i productor de la nostra societat (telescòpis, microscòpis, càmeres, espectroscòpis, interferòmetres, làsers, etc.). És aquest aspecte aplicat el que fa de l'Òptica una de les parts de la física amb més desenvolupament en el moment actual.

Des d'aquest punt de vista aplicat, la resolució de problemes, és a dir, l'aplicació dels coneixements teòrics adquirits a situacions concretes en les quals els resultats numèrics són importants, és bàsica per a la formació dels alumnes. Per això, 3 crèdits de l'assignatura estan destinats a la realització de problemes i el seu pes dins l'examen és més important que el de la teoria. Hi ha un llistat de problemes que es proposen als alumnes per anar realitzant al llarg del curs. Són problemes amb diferents graus de complexitat, que són aplicació directa de la teoria i que es van desenvolupant amb aquesta.

Aquest text-guia és un complement del llistat de problemes que es desenvolupa a les classes de problemes. És un recull de problemes d'exàmens anteriors, explicats amb detall, amb la idea que els alumnes els resolguin una vegada ja hagin fet els de classe i els serveixin per a fer més exercicis pràctics, veure què se'ls exigeix i avaluar el seu nivell.

Els problemes d'aquest text estan distribuïts seguint, d'alguna manera, l'ordre del temari de l'assignatura d'*Òptica*, incloent-hi fins i tot aspectes de l'Òptica geomètrica corresponents a l'assignatura *Fonaments de Física II* de Primer Curs. De totes maneres, no sempre és així, ja que hi ha problemes pensats amb una idea més global, que fan servir conceptes barrejats de diferents

parts de l'assignatura, la qual cosa serveix perquè els alumnes entenguin que els diferents capítols de l'assignatura no presenten conceptes aïllats sinó que tot pot estar relacionat.

Encara que el nivell dels problemes és el d'un Primer Cicle de la llicenciatura de Física i que els enunciats s'han extret d'exàmens anteriors de l'assignatura, la major part d'ells poden servir per a alumnes d'altres Ensenyaments, sobretot pels de les Escoles Universitàries d'Òptica i Optometria.

Pel que fa a l'estructura de la present guia, els problemes s'han dividit en dos grans blocs: un primer d'Òptica geomètrica i instruments, i un segon d'Òptica física. Al final, s'adjunta un apèndix on es detalla alguns aspectes de la notació i convenis utilitzats. La nomenclatura que s'ha fet servir és, bàsicament, la que apareix als dos primers llibres referenciats a la bibliografia, és a dir, al text-guia de la Universitat de Barcelona de A. Carnicer i I. Juvells i al llibre d'Òptica general de J. Casas.

Quant a redacció dels problemes, cal dir que, donat que en la matèria d'Òptica el traçat de raigs té una importància rellevant, s'ha fet un esforç considerable en realitzar tots els dibuixos que hi apareixen a escala amb les dades reals de cada problema. Això inclou distàncies, radis de curvatura, diàmetres, angles, ... Només en alguns casos en què ha estat impossible conservar les proporcions i fer un dibuix intel·ligible aquestes s'han modificat lleugerament (com pot ser, per exemple, en l'apartat de microscopis, on els enormes augments que aquests instruments introdueixen donarien lloc a objectes o bé molt grans o bé molt petits).

A continuació es detalla el programa de l'assignatura *Òptica* amb la qual estan relacionats els problemes d'aquest text-guia.

ÒPTICA

Tipus d'assignatura: Obligatòria

Crèdits: 9 (Teòrics: 6, Pràctics: 3)

Departament responsable: Física Aplicada i Òptica

Coordinació: A. Carnicer

Objectius docents

L'objectiu d'aquesta assignatura és introduir l'alumne al camp de l'Òptica i proporcionar-li els elements bàsics per a desenvolupar-se en ell. La metodologia es basa en explicar els aspectes clàssics de l'Òptica (òptica electromagnètica, polarització, interferències, difracció, instruments òptics) i fer una introducció als aspectes més moderns (làser i holografia).

Continguts

Òptica de medis materials

1. Propagació

Equacions de Maxwell. Equació d'ones. Solucions harmòniques. Energia: vector de Poynting.

Relació amb l'Òptica geomètrica: fase i camí òptic.

2. Fenòmens de polarització

El·lipse de polarització. Casos particulars. Grau de polarització.

3. Propagació, reflexió i refracció en medis materials

Condicions de contorn en una superfície dielèctrica isòtropa. Fórmules de Fresnel. Factors de reflexió i transmissió d'energia. Propagació d'una ona en medis conductors. Propagació d'una ona en un medi anisòtrop. Medis uniaxials.

Interferències

4. Coherència i interferències de Young

Condicions d'interferència i coherència temporal. Làser. Franges de Young. Coherència espacial.

5. Dispositius interferomètrics

Interferències en làmines de cares paral·leles. Làmines antireflexants. Interferòmetre de Fabry-Perot. Filtres interferencials. Interferòmetre de Michelson. Experiment de Michelson-Morley.

Difracció

6. Formulació de Kirchhoff. Difracció de Fresnel i de Fraunhofer

Teoria escalar. Teorema de la integral de Kirchhoff. Cas d'una font puntual única. Aplicació a la difracció. Fórmula de Fresnel-Kirchhoff. Interpretació segons el principi de Huygens-Fresnel. Difracció de Fresnel i de Fraunhofer.

7. Exemples de difracció de Fraunhofer

Obertura rectangular. Escletxa. Obertura circular. Escletxa doble. Xarxa de difracció. Dispersió cromàtica i poder resolutiu d'una xarxa. Holografia.

Instrumentes òptics

8. Sistemes òptics

Sistemes de projecció: ull, càmera fotogràfica, projectors. Telescopis: ullera astronòmica, terrestre i de Galileo; telescopis de miralls. Microscopi simple i compost.

9. Limitacions dels sistemes òptics

Aberracions geomètriques. Dispersió cromàtica. Model microscòpic de la dispersió. Limitacions per difracció: poder resolutiu dels instruments òptics. Microscopi electrònic.

BIBLIOGRAFIA

CARNICER, A. i JUVELLS, I., Elements gràfics d'òptica física i geomètrica, Col·lecció Textos Docents, 91, Edicions U.B. Barcelona, 1998.

CASAS, J., Óptica, Librería Pons. Zaragoza, 1994.

HECHT, E. i ZAJAC, A., Óptica, Addison-Wesley Iberoamericana. 1986.

BORN, M. i WOLF, E., Principles of optics, Pergamon Press. Oxford, 1980.

Òptica geomètrica i instruments

Òptica geomètrica

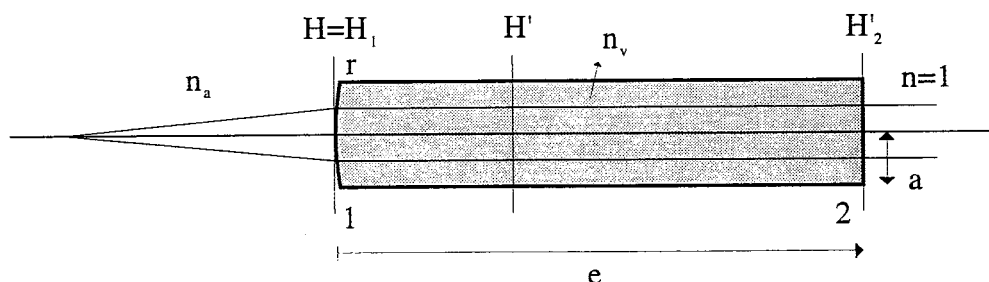
Problema 1

Una barra cilíndrica de vidre d'índex 1.5, longitud 10 cm i radi 1 cm, té polit un extrem en forma de casquet esfèric centrat de 3 cm de radi de curvatura. Es vol utilitzar com a lupa per observar objectes situats dins de l'aigua ($n_a = 4/3$) submergint l'extrem esfèric. Calcular:

- a) A quina distància s'ha de situar l'objecte perquè l'ull treballi sense acomodació.
- b) L'augment de la lupa en aquestes condicions.

Dades: $n_v = 1.5$ $n_a = 4/3$ $e = 10$ cm $a = 1$ cm $r = 3$ cm

a)



Perquè l'ull treballi sense acomodació, els raigs han de sortir paral·lels.

Aquest apartat es pot resoldre de dues maneres:

a1) per diòptres: considerem només la superfície 1 perquè a la 2 els raigs perpendiculars no es desvien.

$$n_a \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n_v \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right) \underset{s' = \infty}{=} \frac{n_v}{r} \Rightarrow s = \frac{n_a}{n_a - n_v} r = -24 \text{ cm}$$

a2) com a lent gruixuda: l'objecte s'ha de situar al pla focal objecte de la lent.

Focals per a una lent gruixuda amb $r_2 = \infty$:

$$f' = \frac{1}{n_v - n_a} r = 18 \text{ cm}$$

$$f = HF = -\frac{n_a}{1} f' = -24 \text{ cm}$$

Per trobar on es troba el punt F cal trobar la posició dels plans principals:

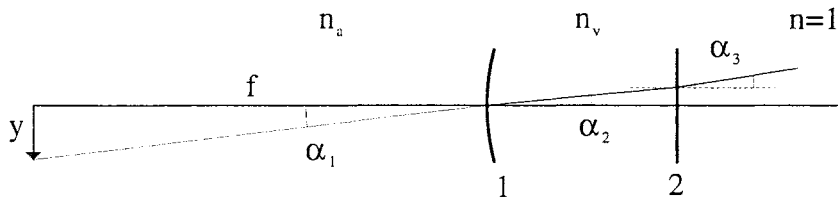
$$H_1 H = 0 \quad H'_2 H' = \frac{e \frac{1}{1 - n_v}}{-\frac{n_v}{1 - n_v}} = -\frac{e}{n_v} = -6.67 \text{ cm}$$

tal com s'indica al dibuix.

Per tant: $f = HF = H_1 F = -24 \text{ cm}$ a l'esquerra de la superfície esfèrica.

L'objecte s'ha de situar 24 cm a l'esquerra del casquet esfèric.

b)



L'augment visual ve donat per: $\Gamma' = \frac{\text{tg } \alpha_3}{\text{tg } \omega}$

on α_3 i ω són els angles amb què la llum entra a l'ull amb i sense lupa (mirant directament l'objecte situat a 250 mm de distància de l'ull), respectivament.

Com tot es fa considerant aproximacions de l'òptica paraxial, es compleix:

$$n_a \alpha_1 = n_v \alpha_2 = \alpha_3 \quad (\text{lei de la refracció})$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = \text{tg } \alpha_1 = \frac{y}{f} \Rightarrow \text{tg } \alpha_3 = \alpha_3 = n_a \alpha_1 = n_a \frac{y}{f} \\ \text{tg } \omega = \frac{y}{-250} \end{array} \right\} \Rightarrow \Gamma' = -\frac{n_a \frac{y}{f}}{\frac{y}{250}} = -n_a \frac{250}{f} = 1.39$$

L'augment de la lupa és de 1.39.

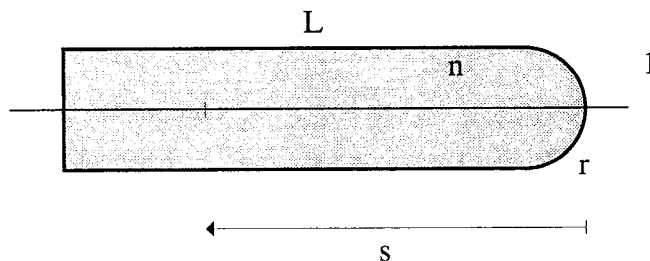
Problema 2

Un cilindre de vidre ($n = 1.5$) de 60 cm de llarg té una superfície convexa de 8 cm de radi en un extrem i un petit defecte a l'eix del cilindre.

a) Estudar com varia l'augment de l'imatge d'aquest defecte vist a través de l'extrem convex en funció del punt on es trobi el defecte.

b) Quines són les posicions per a les quals la imatge té una grandària màxima o mínima?

Dades: $n = 1.5$ $L = 60$ cm $r = -8$ cm



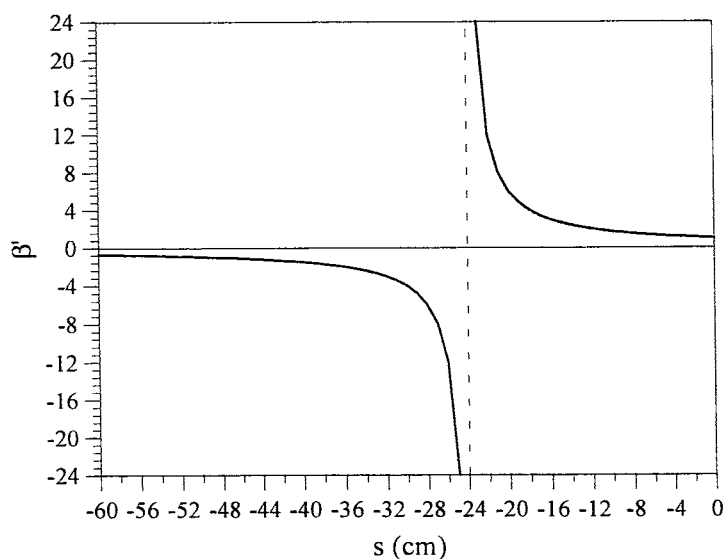
a)

L'augment de la imatge ve donat per: $\beta' = \frac{n s'}{l s}$ on:

$$n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = \frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \Rightarrow s' = \frac{rs}{(1-n)s + nr} = \frac{16s}{s + 24}$$

Per tant:

$$\beta' = \frac{nr}{(1-n)s + nr} = \frac{24}{s + 24} \quad (-L \leq s \leq 0)$$



b)

Augment màxim ($\beta' = \infty$), per:

$$(1 - n)s + nr = 0 \quad \Rightarrow \quad s = -\frac{nr}{1 - n} \equiv f = -24 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad s' = \infty$$

(Per definició, s coincideix amb la focal objecte del sistema vidre-aire).

Augment mínim: a mesura que s es va fent més negativa, β' va disminuint. L'augment mínim es dona per a $s = -L = -60 \text{ cm}$ ($s' = 11.43 \text{ cm}$), de valor:

$$\beta' = \frac{24}{-60 + 24} = -\frac{2}{3} = -0.67$$

Per $s = s' = 0$, l'augment és $\beta' = 1$ (es veu l'objecte directament).

Per tal que la imatge de la imperfecció tingui una grandària mínima aquesta ha d'estar a l'extrem esquerre del cilindre. La grandària serà màxima per un punt 24 cm a l'esquerra de la cara convexa del cilindre.